Algebra liniowa I - wymagania minimum do kolokwium nr 2
Prowadzący ćwiczenia: dr Stefan Barańczuk

Wszystkie zadania należy zaopatrzyć w odpowiednie komentarze i sprawdzenia; podać odpowiedź!

Zad. 6 Sprawdzić, czy $W < V$, gdzie $V = \mathbb{R}^3$, $W = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : \ x - y = z = 0\}$.

Zad. 7 Dana jest przestrzeń $V = \mathbb{R}^3$ i dwie jej podprzestrzenie: $W_1 = L\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}\right)$ oraz $W_2 = L\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$. Znaleźć bazy i wymiary przestrzeni $W_1, W_2, W_1 + W_2, W_1 \cap W_2$. Czy $W_1 + W_2 = W_1 \oplus W_2$?

Zad. 8 Dana jest przestrzeń $V = \mathbb{Q}^2$ i dwie jej bazy: $\mathcal{B}_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$ oraz $\mathcal{B}_2 = \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}\right)$. Znaleźć macierz przejścia od bazy $\mathcal{B}_1$ do bazy $\mathcal{B}_2$
a) bezpośrednio z definicji;
b) korzystając z własności macierzy przejścia.

Zad. 9 Dana jest podprzestrzeń $W = L([1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 0], [-1, -1, -1, 1], [1, 0, 0, 1])$ przestrzeni $\mathbb{R}^4$.
a) Wskazać bazę podprzestrzeni W, która jest podukładem układu rozpinającego W.
b) Uzupełnić bazę uzyskaną w punkcie a) do bazy przestrzeni $\mathbb{R}^4$.

Zad. 10 Przekształcenie liniowe $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ dane jest przez przyporządkowania:
$[1, 2] \mapsto [2, 1, 3]$, $[1, 1] \mapsto [1, 1, 2]$. Obliczyć $\varphi([x_1, x_2])$.